

Economía formal y economía informal: un estudio sobre la dinámica del crecimiento económico en un modelo de inspiración clásica

Alexander Tobón



ALIANZAEFI
economía formal e inclusiva

Documento de Trabajo
Alianza EFI - Colombia Científica
Mayo 2021

Número de serie: WP5-2021-002

Economía formal y economía informal: un estudio sobre la dinámica del crecimiento económico en un modelo de inspiración clásica

Alexander Tobón
Profesor Titular, Departamento de Economía
Grupo de Macroeconomía Aplicada
Universidad de Antioquia
alexander.tobon@udea.edu.co
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1203-9538>

Este documento de trabajo es parte de Colombia Científica-Alianza EFI

Resumen

El objetivo de este documento de trabajo es mostrar las consecuencias de introducir el fenómeno de la informalidad en un modelo de inspiración clásica. La informalidad se introduce considerando un dualismo entre un sector formal que paga el impuesto sobre el beneficio bruto, y un sector informal que evade el pago de dicho impuesto, ante la incapacidad de *enforcement* por parte del gobierno. A medida que se imponen diferentes hipótesis sobre los impuestos, se puede estudiar la dinámica de la tasa de crecimiento de cada sector, de la tasa de beneficio de los empresarios y de los precios relativos de los bienes. Bajo ciertas condiciones, el modelo muestra una independencia entre las tasas de crecimiento sectoriales y la informalidad, razón por la cual un cambio en los impuestos no necesariamente altera la dinámica del crecimiento económico.

Palabras clave: informalidad; sector informal; sector formal; impuestos; crecimiento económico.

Clasificación JEL: E11, E26, E62, H26, H32.

Formal and informal economy: a study on the dynamics of economic growth from
a model of a classical inspiration

Alexander Tobón¹
Professor, Department of Economics
Applied Macroeconomics Group
University of Antioquia
alexander.tobon@udea.edu.co
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1203-9538>

Abstract

The aim of this paper is to show the consequences of introducing informality phenomenon into a model of classical inspiration. Informality is introduced considering a dualism between a formal sector that pays tax on the gross profit, and an informal sector that evades the payment of tax, due to the inability of the government enforcement. As different hypotheses are imposed on taxes, the dynamics of the growth rate of each sector, the rate of profit of the firms and the relative prices of goods can be studied. Under certain conditions, the model shows an independence between sectoral growth rates and informality, which is why a change in taxes does not necessarily alter the dynamics of economic growth.

Key words: informality; informal sector; formal sector; taxes; economic growth.
JEL classification: E11, E26, E62, H26, H32.

¹ El autor agradece al Programa Colombia Científica – Alianza EFI por el apoyo financiero del programa inclusión productiva y social: programas y políticas para la promoción de una economía formal, código 60185, que conforma la Alianza EFI – Economía Formal e Inclusiva, bajo el Contrato de Recuperación Contingente No FP44842-220-2018.

This working paper series is funded by the Colombia Científica - Alianza EFI Research Program, with code 60185 and contract number FP44842-220-2018, funded by The World Bank through the call Scientific Ecosystems, managed by the Colombian Ministry of Science, Technology and Innovation.

Introducción

El objetivo de este documento de trabajo es mostrar las consecuencias de introducir el fenómeno de la informalidad en un modelo de inspiración clásica. En particular, se busca analizar la relación entre ese fenómeno, el crecimiento económico y la política fiscal. La informalidad se introduce siguiendo la hipótesis según la cual existe un dualismo entre un sector industrial formal y un sector agrícola informal, justificado por la existencia de regulaciones gubernamentales. Como suele ser habitual, se supondrá que el sector informal es aquel que no paga el impuesto sobre el beneficio bruto. Muchos modelos neoclásicos dualistas estudian la informalidad a partir de los impuestos, por ejemplo, Braun y Loayza (1994), Sarte (2000), Dessy y Pallage (2003), Ihrig y Moe (2004) y Ulyssea (2010)².

A medida que se imponen diferentes hipótesis sobre los impuestos, se puede estudiar la dinámica de la tasa de crecimiento de cada sector, de la tasa de beneficio de cada sector y de los precios relativos de los bienes. De esta manera, el modelo permite determinar el cambio en el tamaño tanto sector formal como del informal. Bajo ciertas condiciones, se muestra una independencia entre el comportamiento de las tasas de crecimiento sectoriales y la informalidad, razón por la cual un cambio en los impuestos no necesariamente altera la dinámica del crecimiento económico. La introducción de los conceptos de equilibrio semiestacionario y equilibrio estacionario van a permitir comparaciones con los resultados de algunos modelos neoclásicos.

Este documento de trabajo se divide en cinco partes. En la primera se presentan las variables y los parámetros del modelo clásico. En la segunda se expone el modelo en seis partes: la producción, el uso del beneficio -pago de impuestos, ahorro y consumo-, el mercado de trabajo, los precios, el crecimiento económico y, finalmente, el sistema de ecuaciones que resuelven el modelo. En la tercera sección se introduce la distinción entre formalidad e informalidad, por medio de tres situaciones posibles: una economía completamente formal, una economía completamente informal y una economía dualista. En la cuarta sección se estudia la dinámica de la economía dualista y los efectos ocasionados tanto por una política fiscal, como por un cambio en la capacidad de *enforcement* de gobierno. En la quinta sección se introducen las nociones de equilibrio semiestacionario y estacionario. Al final el lector encontrará las conclusiones y los anexos.

² Una forma alternativa de introducir la informalidad en un modelo dualista es considerar que el sector informal es aquel que contrata un número mínimo de trabajadores establecido por una regulación gubernamental. Al respecto, ver Rauch (1991, p.37). Sin embargo, existe un tipo de literatura que rechaza el dualismo. Al respecto, ver Gërzhani (2004, p.276-278).

I. Variables y parámetros

La estructura de la economía clásica moderna se basa en la herencia intelectual de John von Neumann, Wassily Leontief y Piero Sraffa. Se trata de modelos en los cuales existen dos clases sociales: trabajadores y capitalistas-empresarios, pero solo las decisiones de éstos últimos tienen efectos importantes. En la visión clásica, los empresarios son propietarios de bienes de capital y contratan trabajo –factores de producción heterogéneos-, con el fin de producir bienes heterogéneos cuya venta genera un beneficio estrictamente positivo.

Este enfoque clásico se puede contrastar con el enfoque neoclásico donde, con frecuencia, se asume un único agente representativo que decide intertemporalmente sobre la producción y el consumo. La decisión de producción está gobernada por una función agregada de producción (Cobb-Douglas o CES) la cual, bajo los preceptos de la teoría de las productividades marginales, supone que el bien de capital y el trabajo son factores de producción homogéneos, cuya utilización genera como ingresos, respectivamente, un interés real y un salario real, ambos destinados a ser consumidos. Bajo la hipótesis de rendimientos constante a escala, el beneficio generado en la producción es cero, ya que no existe un factor de producción *adicional* cuyo ingreso sea ese beneficio. Es así como nuevas hipótesis deben ser incluidas para justificar un beneficio positivo³.

Supongamos entonces una economía cerrada de inspiración clásica compuesta por dos tipos de bienes: el bien de consumo o sector agrícola y el bien de capital o sector industrial. Se suponen igualmente dos empresarios, cada uno de ellos produce un único tipo de bien a partir de una sola técnica de producción, razón por la cual cada sector económico se representa por un solo empresario. Los bienes de consumo tienen dos empleos: por un lado, sirven para asegurar el bienestar de los trabajadores y de los empresarios, y, por otro lado, sirven para pagar los impuestos al gobierno. Por su parte, los bienes de capital se emplean en la producción tanto de los bienes de consumo como de los mismos bienes de capital. Para simplificar la presentación, suponemos que el bien de consumo se denota como 1, mientras que el bien de capital se denota como 2. Se supone también que el empresario 1 produce el bien 1 y el empresario 2 produce el bien 2.

Los datos técnicos o variables exógenas son:

³ Algunas de las ventajas del enfoque clásico respecto al enfoque neoclásico están clarificadas en la famosa controversia de Cambridge. Al respecto, ver Jiménez (2012).

Y_{12} la cantidad de bien 2 utilizado en la producción total del bien 1.
 Y_{22} la cantidad de bien 2 utilizado en la producción total del bien 2.
 L_1 la cantidad de trabajadores empleados en la producción total del bien 1.
 L_2 la cantidad de trabajadores empleados en la producción total del bien 2.
 Y_1 la cantidad total producida del bien 1 o sector agrícola.
 Y_2 la cantidad total producida del bien 2 o sector industrial.

Las variables endógenas son:

r_1 la tasa de beneficio del empresario 1.
 r_2 la tasa de beneficio del empresario 2.
 g_1 la tasa de acumulación de capital del empresario 1 o tasa de crecimiento del sector 1.
 g_2 la tasa de acumulación de capital del empresario 2 o tasa de crecimiento del sector 2.
 p_1 el precio absoluto de una unidad de bien 1.
 p_2 el precio absoluto de una unidad de bien 2.
 w el salario monetario único pagado a cada trabajador.

Los parámetros exógenos son:

n la tasa de crecimiento de la población obrera, con $n > 0$.
 s la propensión media a ahorrar de ambos empresarios, con $0 < s < 1$.
 c la propensión media a consumir de ambos empresarios, con $0 < c < 1$.
 τ_1 la tasa de impuestos cobrada por el gobierno al empresario 1, con $0 \leq \tau_1 < 1$.
 τ_2 la tasa de impuestos cobrada por el gobierno al empresario 2, con $0 \leq \tau_2 < 1$.

II. El modelo clásico

El modelo se compone de seis partes, las cinco primeras describen la relación entre datos, variables y parámetros por medio de ecuaciones, mientras que la sexta parte presenta el sistema de ecuaciones que dan solución al modelo. Para un periodo t cualquiera, las ecuaciones son:

1. La producción

El valor de la producción de un bien es el resultado del capital invertido en la adquisición de bienes de capital y de trabajo por parte de cada empresario, más el beneficio que esperan obtener sobre ese capital invertido. Se supone que los

métodos de producción son invariables y todo el capital (bienes de capital y trabajo) es circulante.

$$(Y_{12}p_2 + L_1w)(1 + r_1) = Y_1p_1 \quad (1)$$

$$(Y_{22}p_2 + L_2w)(1 + r_2) = Y_2p_2 \quad (2)$$

2. El beneficio

El beneficio de cada empresario tiene tres destinos o empleos: el pago de impuestos al gobierno, el consumo y el ahorro. Utilizando las ecuaciones (1) y (2) se puede denotar K_1 como el capital del sector 1 y K_2 el capital del sector 2:

$$K_1 = (Y_{12}p_2 + L_1w) \quad (3)$$

$$K_2 = (Y_{22}p_2 + L_2w) \quad (4)$$

Cada empresario recibe un beneficio bruto sobre el cual paga un impuesto (es un impuesto de renta o *corporate tax*), mientras que el beneficio neto restante se destina al consumo y al ahorro.

2.1. Los impuestos

Sea π_1 el beneficio bruto del empresario 1 definido como:

$$\pi_1 = r_1K_1 \quad (5)$$

El gobierno fija una tasa impositiva τ_1 sobre el beneficio bruto del empresario 1, por lo que el impuesto en valor T_1^1 es:

$$T_1^1 = \tau_1 r_1 K_1 \quad (6)$$

En la magnitud T_1^1 , el subíndice se refiere a que el impuesto se paga en un valor medido en cantidades de bien 1 y el superíndice establece que se trata del empresario 1. Reemplazando (5) en (6) se tiene:

$$T_1^1 = \tau_1 \pi_1 \quad (7)$$

En consecuencia, el beneficio neto del empresario, $\tilde{\pi}_1$, después de pagar impuestos es:

$$\tilde{\pi}_1 = r_1 K_1 - T_1^1 \quad (8)$$

El razonamiento para el empresario 2 es análogo. Sea π_2 el beneficio bruto del empresario 2:

$$\pi_2 = r_2 K_2 \quad (9)$$

El gobierno fija una tasa impositiva τ_2 sobre el beneficio bruto del empresario 2, por lo que el impuesto en valor T_1^2 es:

$$T_1^2 = \tau_2 r_2 K_2 \quad (10)$$

Reemplazando (9) en (10) se tiene:

$$T_1^2 = \tau_2 \pi_2 \quad (11)$$

El beneficio neto del empresario, $\tilde{\pi}_2$, después de pagar impuestos es:

$$\tilde{\pi}_2 = r_2 K_2 - T_1^2 \quad (12)$$

2.2. El consumo y el ahorro

Los empresarios consumen una proporción media uniforme c del beneficio neto y la proporción s restante la ahorran, por lo que se verifica que $c = (1 - s)$. De esta manera, el consumo de cada empresario es:

$$C_1^1 = (1 - s)\tilde{\pi}_1 \quad (13)$$

$$C_1^2 = (1 - s)\tilde{\pi}_2 \quad (14)$$

El subíndice muestra que se consume solo bien 1 y el superíndice muestra que se trata del empresario 1 o 2.

El ahorro neto de cada empresario es la parte no consumida del beneficio neto:

$$S_1 = s\tilde{\pi}_1 \quad (15)$$

$$S_2 = s\tilde{\pi}_2 \quad (16)$$

Se puede verificar el respeto de la identidad macroeconómica fundamental, es decir que la suma del consumo total, del ahorro total y el total de impuestos son equivalentes al valor de la producción total o ingreso nacional (ver Anexo 1).

3. El mercado de trabajo

Para asegurar el crecimiento de cada sector, ambos empresarios satisfacen los requerimientos de trabajo presente en la medida en que la población obrera crece a una tasa exógena n .

$$(L_1 + L_2)(1 + n) = L_1(1 + g_1) + L_2(1 + g_2) \quad (17)$$

De esta manera, la oferta de trabajo (término de la izquierda) es igual a la demanda de trabajo (término de la derecha), es decir que siempre hay pleno empleo del factor trabajo.

4. Los precios

El precio de cada bien se determina por la regla Cantillon-Smith: el cociente entre el gasto en la compra del bien (valor de la demanda) y la oferta física del mismo bien.

El precio del bien de capital

Es el cociente entre el gasto en bienes de capital por parte de los dos empresarios y la oferta física del bien de capital:

$$p_2 = \frac{Y_{12}p_2(1+g_1)+Y_{22}p_2(1+g_2)}{Y_2} \quad (18)$$

De donde,

$$Y_2p_2 = Y_{12}p_2(1 + g_1) + Y_{22}p_2(1 + g_2) \quad (19)$$

Simplificando se tiene:

$$Y_2 = Y_{12}(1 + g_1) + Y_{22}(1 + g_2) \quad (20)$$

El precio del bien de consumo

Es el cociente entre el gasto en bienes de consumo por parte de los trabajadores y empresarios, y la oferta física de bienes de consumo. El gasto que realizan los empresarios incluye el pago de impuestos. Veamos.

a) El gasto de los trabajadores empleados en el sector 1 es:

$$B_1^1 = L_1 w(1 + g_1) \quad (21)$$

El subíndice representa el bien que se consume y el superíndice representa el sector en el cual están empedados los trabajadores.

b) El gasto de los trabajadores empleados en el sector 2 es:

$$B_1^2 = L_2 w(1 + g_2) \quad (22)$$

c) El gasto del empresario 1 se compone del consumo más el pago de impuestos al gobierno:

$$D_1^1 = C_1^1 + T_1^1 \quad (23)$$

El subíndice representa el bien que se consume y el superíndice representa el empresario. Reemplazado las expresiones (13) y (7) se tiene:

$$D_1^1 = (1 - s)\tilde{\pi}_1 + \tau_1 \pi_1 \quad (24)$$

d) El gasto del empresario 2 se compone del consumo más pago de impuestos al gobierno:

$$D_1^2 = C_1^2 + T_1^2 \quad (25)$$

Reemplazado las expresiones (14) y (11) se tiene:

$$D_1^2 = (1 - s)\tilde{\pi}_2 + \tau_2 \pi_2 \quad (26)$$

En definitiva, el precio del bien de consumo es:

$$p_1 = \frac{B_1^1 + B_1^2 + D_1^1 + D_1^2}{Y_1} \quad (27)$$

Reemplazado las expresiones (21), (22), (24) y (26) en (27) se obtiene:

$$p_1 = \frac{L_1 w(1 + g_1) + L_2 w(1 + g_2) + (1 - s)\tilde{\pi}_1 + \tau_1 \pi_1 + (1 - s)\tilde{\pi}_2 + \tau_2 \pi_2}{Y_1} \quad (28)$$

Finalmente, reemplazado las expresiones de beneficio bruto y neto se tiene:

$$p_1 = \frac{L_1 w(1+g_1) + L_2 w(1+g_2) + (1-s)[r_1 K_1 - r_1 K_1 \tau_1] + \tau_1 r_1 K_1 + (1-s)[r_2 K_2 - r_2 K_2 \tau_2] + \tau_2 r_2 K_2}{Y_1} \quad (29)$$

5. El crecimiento económico

La tasa de crecimiento de cada sector o tasas de acumulación se determinan manipulando la ecuación de Pasinetti o ecuación de Cambridge, cuya herencia es poskeynesiana. En efecto, a partir de la igualdad entre la inversión neta del reemplazamiento del capital en cada sector y el ahorro neto de impuestos en cada sector (ver Anexo 2) se obtiene:

$$g_1 = sr_1(1 - \tau_1) \quad (30)$$

$$g_2 = sr_2(1 - \tau_2) \quad (31)$$

Esta expresión muestra, *ceteris paribus*, una relación negativa entre tasa de crecimiento y la tasa impositiva, es decir, un aumento en la tasa impositiva provocaría una caída en la tasa de crecimiento.

6. La solución del modelo

Una vez se distinguen las variables exógenas, las variables endógenas y los parámetros (ver sección I), el modelo se puede resolver de forma recursiva o por etapas. En una primera etapa, para un periodo t cualquiera y dada exógenamente n , las ecuaciones (17) y (20) determinan endógenamente las tasas de crecimiento sectoriales g_1 y g_2 . En una segunda etapa, dadas exógenamente la tasa de ahorro s de los empresarios y las tasas impositivas τ_1 y τ_2 , se reemplazan g_1 y g_2 en las ecuaciones (30) y (31), con lo cual se determinan endógenamente las tasas de beneficio r_1 y r_2 . En una tercera etapa, reemplazando r_1 y r_2 en las ecuaciones (1) y (2) y agregando w conocido como numerario (por ejemplo, $w = \$1$), se determinan endógenamente los precios relativos en términos del salario, $(\frac{p_1}{w})$ y $(\frac{p_2}{w})$. Finalmente, se puede verificar que la ecuación del precio del bien de consumo – expresión (29)– es redundante, ya que ella se verifica con los valores anteriormente determinados.

III. La formalidad e informalidad empresarial

Suponga que el gobierno promulga una ley o regulación por medio de la cual se establecen las tasas impositivas τ_1 y τ_2 sobre el beneficio bruto de cada

empresario⁴. El pago de impuestos les garantizaría a los empresarios el derecho de propiedad sobre la producción, razón por la cual ellos podrían acceder a servicios públicos diversos, tales como la policía, los tribunales de justicia y el crédito con patrocinio gubernamental. A su vez, el gobierno utilizaría estos ingresos tributarios para financiar la provisión de esos servicios públicos. Aunque aquí se supone que las tasas impositivas son exógenas, ellas en realidad dependen del costo de provisión de esos servicios públicos. Sin embargo, el pago efectivo del impuesto por parte de los empresarios depende de la capacidad de *enforcement* del gobierno⁵. Bajo estas consideraciones, el modelo anterior admite tres variantes:

- A. Una economía completamente formal, es decir que $0 < \tau_1, \tau_2 < 1$ y el gobierno tiene plena capacidad de *enforcement*.
- B. Una economía completamente informal, es decir que $\tau_1 = \tau_2 = 0$ y el gobierno no tiene ninguna capacidad de *enforcement*.
- C. Una economía dualista: existe un sector informal y otro formal. En particular se supone que el sector agrícola (bien de consumo) es informal, por lo que $\tau_1 = 0$, mientras que el sector industrial (bien de capital) es formal, por lo que $0 < \tau_2 < 1$. De esta manera se deduce que el gobierno no tiene ninguna capacidad de *enforcement* en la zona rural, mientras que tiene plena capacidad en la zona urbana. A pesar de este dualismo existe una interdependencia, ya que el sector formal produce el bien de capital requerido en el sector informal.

Consideremos un ejemplo numérico para el caso de una economía dualista. Supongamos que en un periodo t una economía produce café (el bien agrícola) y cartón (el bien industrial). Se conoce la siguiente información:

⁴ En Braun y Loayza (1994, p.6-7) el sector formal paga una tasa impositiva sobre el *expected return on capital*. Para Ulyssea (2010, p.92), la empresa formal es aquella que paga impuestos sobre los salarios de los trabajadores contratados (*payroll tax*).

⁵ Según Ulyssea (2010, p.91), las actividades económicas de un sector informal son legales aunque no cumplan completamente con las regulaciones gubernamentales. Por el contrario, Braun y Loayza (1994, p.2) considera que mientras haya evasión de impuestos esas actividades son ilegales.

Tabla 1. Ejemplo numérico para una economía dualista. Datos técnicos y parámetros

Datos técnicos	Parámetros
$Y_{12} = 220$ kilos de cartón	$n = 15\%$
$Y_{22} = 200$ kilos de cartón	$s = 90\%$
$L_1 = 12$ trabajadores agrícolas	$\tau_1 = 0\%$ (sector agrícola informal)
$L_2 = 70$ trabajadores industriales	$\tau_2 = 4\%$ (sector industrial formal)
$Y_1 = 100$ kilos de café	
$Y_2 = 500$ kilos de cartón	

El sistema se construye reemplazando la información de la Tabla 1 en las ecuaciones mencionadas en la subsección 6 de la sección II. Supongamos que el salario es $w = \$1$.

$$(12 + 70)(1 + 0,15) = 12(1 + g_1) + 70(1 + g_2) \quad (17)$$

$$500 = 220(1 + g_1) + 200(1 + g_2) \quad (20)$$

$$g_1 = 0,9r_1(1 - 0) \quad (30)$$

$$g_2 = 0,9r_2(1 - 0,04) \quad (31)$$

$$(220p_2 + 12w)(1 + r_1) = 100p_1 \quad (1)$$

$$(200p_2 + 70w)(1 + r_2) = 500p_2 \quad (2)$$

$$w = 1$$

Al suponer que el sector agrícola no paga el impuesto, entonces éste se identifica como el sector informal, razón por la cual se conoce de entrada su tamaño absoluto, dado por $Y_1 = 100$ kilos de café. La solución en el período t usando SWP (*Scientific WorkPlace*) es: las ecuaciones (17) y (20) determinan $g_1 = 0,24154$, $g_2 = 0,13431$. Estos valores se reemplazan en (30) y (31) para determinar $r_1 = 0,26838$, $r_2 = 0,15545$. A su vez estos últimos valores se sustituyen en (1) y (2), y suponiendo $w = 1$ se obtienen $(p_1/w) = 0,99150$, $(p_2/w) = 0,30077$. Con estos valores se puede mostrar que se verifica igualmente la ecuación (29).

La interpretación de estos resultados es el siguiente: del período t al $t+1$, el sector cafetero crece en 24,1%, el sector cartón crece al 13,4%. La tasa de beneficio del empresario cafetero es del 26,8%, mientras que la del empresario del sector cartón es del 15,5%. El precio de un kilo de café es \$0,99 y el precio de un kilo de cartón es \$0,30. Reemplazando estos valores en las ecuaciones de la sección II se obtiene: $T_1^1 = 0$, $T_1^2 = 0,80933$, $\tilde{\pi}_1 = 20,980$, $\tilde{\pi}_2 = 19,424$, $C_1^1 = 2,098$, $C_1^2 = 1,9424$, $S_1 = 18,882$, $S_2 = 17,482$.

Con los datos técnicos de la tabla 1 también se pueden determinar las variables en una economía completamente formal y completamente informal. En el primero caso, suponiendo $\tau_1 = 3\%$ y $\tau_2 = 4\%$ en el periodo t la solución es: $g_1 = 0,24154$, $g_2 = 0,13431$, $r_1 = 0,27668$, $r_2 = 0,15545$, $(p_1/w) = 0,99798$, $(p_2/w) = 0,30077$. En el segundo caso, dado que $\tau_1 = \tau_2 = 0$, en el periodo t la solución es: $g_1 = 0,24154$, $g_2 = 0,13431$, $r_1 = 0,26838$, $r_2 = 0,14923$, $(p_1/w) = 0,98314$, $(p_2/w) = 0,29778$. Se observa que las tasas de crecimiento nunca cambian, es decir que son independientes del tipo de economía considerada. Así mismo, es curioso observar que al considerar una economía con tasas impositivas nulas, las tasas de beneficio son menores respecto a aquellas determinadas en la economía con tasas impositivas positivas. Desde luego, los resultados más interesantes de una economía dualista se observan en la dinámica, es decir, en la sucesión de períodos o largo plazo.

IV. La dinámica

En el estudio de la dinámica interesan cuatro aspectos. Primero, analizar la evolución en el tiempo de las variables endógenas en la economía dualista. Segundo, estudiar los efectos de un cambio en la tasa impositiva (una política fiscal). Tercero, comparar algunos resultados en el contexto tanto de una economía completamente formal como de una economía completamente informal y, cuarto, introducir la noción de equilibrio.

1. La dinámica de una economía dualista

Consideremos los datos técnicos y los parámetros de la tabla 1. A partir de esta información ya se han determinado las variables endógenas de la economía dualista en el periodo t , pero se presentan nuevamente en la tabla 2. Ahora se procede a describir la dinámica para los periodos siguientes.

Para el período $t+1$, los nuevos datos técnicos se construyen aplicando las tasas de crecimiento sectoriales del período t . De esta manera, $Y_{12}^{t+1} = Y_{12}^t(1 + g_1^t) = 220(1 + 0,24154) = 273,14$. $Y_{22}^{t+1} = Y_{22}^t(1 + g_2^t) = 200(1 + 0,13431) = 226,86$. $L_1^{t+1} = L_1^t(1 + g_1^t) = 12(1 + 0,24154) = 14,898$. $L_2^{t+1} = L_2^t(1 + g_2^t) = 70(1 + 0,13431) = 79,402$. $Y_2^{t+1} = Y_2^t(1 + g_2^t) = 500(1 + 0,13431) = 567,16$. $Y_1^{t+1} = Y_1^t(1 + g_1^t) = 100(1 + 0,24154) = 124,15$. Esta última magnitud representa el nuevo tamaño del sector informal en $t+1$. A partir de estos datos técnicos y considerando todavía que $\tau_1 = 0\%$, $\tau_2 = 4\%$, $n = 15\%$ y $s = 90\%$, el modelo

determina endógenamente las nuevas tasas de crecimiento sectoriales, las nuevas tasas de beneficio para cada empresario y los nuevos precios salariales para ambos bienes. La dinámica se construye de la misma forma para los períodos siguientes.

La evolución de la economista dualista muestra que mientras sean constantes la tasa de crecimiento de población, la tasa de ahorro y la tasa de impuestos del sector formal (y el *enforcement*), la economía dualista no muestra un comportamiento caótico en las variables endógenas. Veamos en detalle los resultados de la tabla 2.

Tabla 2. Dinámica de la economía

Período	t	$t+1$	$t+2$	$t+3$	$t+4$	$t+5$	$t+6$	$t+7$	$t+8$
Y_{12}	220	273,14	304,82	354,83	406,08	467,90	537,67	618,49	711,15
Y_{22}	200	226,86	262,34	301,02	346,48	398,31	458,12	526,81	605,85
L_1	12	14,898	16,626	19,353	22,148	25,520	29,325	33,733	38,787
L_2	70	79,402	91,819	105,36	121,27	139,41	160,34	184,38	212,04
Y_1	100	124,15	138,55	161,28	184,57	212,67	244,38	281,11	323,23
Y_2	500	567,16	655,85	752,56	866,21	995,79	1145,3	1317	1514,6
τ_1	0	0	0	0	0	0	0	0,1	0
τ_2	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,3	0,3	0
n	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
s	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
g_1	0,24154	0,11600	0,16405	0,14443	0,15223	0,14911	0,15031	0,14982	0,15008
g_2	0,13431	0,15638	0,14746	0,15102	0,14959	0,15016	0,14994	0,15003	0,14998
r_1	0,26838	0,12889	0,18228	0,16048	0,16914	0,16568	0,16701	0,18496	0,16676
r_2	0,15545	0,18100	0,17067	0,17479	0,17314	0,17380	0,238	0,23814	0,16664
p_1/w	0,99150	0,91378	0,9436	0,93143	0,93628	0,93434	1,0216	1,0375	0,92613
p_2/w	0,30077	0,31337	0,30823	0,31027	0,30945	0,30977	0,34334	0,34343	0,30624

Luego de oscilaciones en los periodos t , $t+1$ y $t+2$, las tasas de crecimiento de ambos sectores se estabilizan en los periodos $t+3$, $t+4$ y $t+5$ en un rango de 14% y 15%. Como se ha visto, estas tasas son independientes de toda consideración sobre los impuestos. Por su parte, la tasa de beneficio del empresario informal se estabiliza alrededor del 16%, mientras que la del empresario formal se estabiliza alrededor

del 17%. El sector formal tiende a ser más rentable que el sector informal. Finalmente, para los mismos periodos $t+3$, $t+4$ y $t+5$, el precio del bien de consumo producido por el sector informal es estable alrededor de 0,93, mientras que el precio del bien de capital producido por el sector formal es estable alrededor de 0,30. Estos precios dependen directamente de las tasas de beneficio, las cuales a su vez dependen de las tasas impositivas. De esta manera, los efectos inflacionarios o deflacionarios son consecuencia de la política fiscal y de la capacidad de *enforcement* del gobierno. En general, bajo esta configuración de datos técnicos y de parámetros, la economía dualista es estable, razón por la cual no se evidencian efectos económicos que justifique la necesidad de hacer *enforcement* en el sector agrícola.

2. Política fiscal y *enforcement*

Un resultado interesante aparece al suponer que el gobierno implementa una política fiscal, consistente en una abrupta reforma tributaria que aumenta al 30% la tasa impositiva del sector formal en el periodo $t+6$. En este caso, la tabla 2 muestra que, si bien las tasas de crecimiento sectoriales varían levemente, ellas se mantienen en el promedio que traían, entre 14% y 15%. La tasa de beneficio del empresario informal se mantiene alrededor del 16%, pero la tasa de beneficio del sector formal aumenta considerablemente, pasando del 17,3% al 23,8%. Se evidencia igualmente un proceso inflacionario respecto al período anterior en ambos bienes.

Este efecto positivo de un alza en la tasa impositiva sobre la tasa de beneficio del sector formal es sorprendente, pero se debe a que la caída en la tasa de crecimiento del mismo sector no fue lo suficientemente fuerte. En el período $t+5$ se tenía $g_2 = 0,15016$ y para el período $t+6$ esta tasa se reduce levemente a $g_2 = 0,14994$. Si la caída hubiera sido significativa, por ejemplo $g_2 = 0,08$, entonces con $\tau_2 = 30\%$, la tasa de beneficio hubiera caído a $r_2 = 0,12698$ en lugar de aumentar. En la lógica del modelo, es la tasa de crecimiento la que determina la tasa de beneficio y no lo contrario.

En la literatura económica neoclásica existen al menos dos referencias que señalan también una relación inesperada entre informalidad, política fiscal y crecimiento económico. En primer lugar, se tiene el trabajo de Dessy y Pallage (2003). Ellos presentan un modelo de dos períodos con agentes heterogéneos, bajo la hipótesis de mercados incompletos. Los agentes consumidores-empresarios deben decidir si ser formales o informales. Ser formal significa pagar un impuesto sobre la producción-ingreso, lo que otorga al agente el derecho al uso de un servicio público de infraestructura, el cual le permite acceder a una tecnología altamente

productiva, es decir, recibe un premio por ser formal. Por el contrario, ser informal significa no pagar el impuesto, poder disfrutar de la infraestructura (ya que existe *free-riding* o fenómeno del “polizón”), pero no poder acceder a la tecnología altamente productiva. Los autores muestran que una reducción del impuesto en el sector formal puede aumentar o disminuir el tamaño del sector informal, “*ambiguous role of taxes*” (Dessy y Pallage, 2003, p.230). Supongamos una distribución de agentes entre formales e informales. De repente, el gobierno reduce el impuesto, dado que los agentes informales pueden usar el servicio público de infraestructura sin pagar el impuesto, entonces algunos de los agentes formales encuentran más rentable volverse informales y renunciar al premio de acceso a una tecnología altamente productiva.

En segundo lugar, se tiene el trabajo de Sarte (2000, p.182) quien afirma que “*la presencia de una economía subterránea no es necesariamente inconsistente con una alta tasa de crecimiento. Si verdaderamente existe la libre entrada en el sector formal, tiene sentido decir que la informalidad nunca puede ir en detrimento del crecimiento económico. Los informales contribuyen al crecimiento cuando los costos de informalidad son los suficientemente bajos*” (traducción propia). Sarte propone un modelo de equilibrio general dinámico, bajo la hipótesis de competencia imperfecta. Las empresas eligen ser informales o formales en función de los costos de la informalidad y de los impuestos. Son informales las empresas que no pagan impuestos, pero asumen un costo de informalidad que resultan de la imposibilidad de acceder a los servicios públicos (Sarte, 2000, p.178). Por su parte, son formales las empresas que pagan impuestos y que, por lo tanto, pueden acceder a los servicios públicos, pero éstos están sometidos a congestión. Suponiendo libre entrada de empresas al sector formal, se puede determinar una tasa de crecimiento del consumo de un agente representativo, la cual se interpreta como la tasa de crecimiento de la economía en su conjunto. Al final, se muestra que la tasa de crecimiento económico aumenta cuando disminuye el costo de la informalidad⁶.

Retornando a la tabla 2, otro caso interesante consiste en suponer que en el período $t+7$, el gobierno logra totalmente su capacidad de *enforcement*, es decir, logra cobrar una tasa impositiva del 10% al sector agrícola. De esta manera, la economía es ahora completamente formal. En consecuencia, las tasas de crecimiento se mantienen relativamente estables (no son afectadas por los impuestos), la tasa de beneficio del empresario agrícola (quien antes era informal) aumenta, mientras que

⁶ En su revisión de literatura sobre informalidad, Elgin y Erturk (2019, p.232), afirman: “*vemos que los investigadores no parecen ubicarse en un terreno común acerca de si las actividades informales son un impedimento para el desempeño del crecimiento de largo plazo o si afectan positivamente el crecimiento*” (traducción propia).

la del empresario del sector industrial se mantiene constante. El precio del bien de consumo aumenta, mientras el precio del bien de capital se mantiene constante. Para los niveles de tasas de crecimiento arrojados por el modelo, el empresario informal tendría interés en pagar el impuesto porque ello le aumenta su tasa de beneficio. Ya conocemos la razón de este resultado: es la tasa de crecimiento la que determina la tasa de beneficio y no lo contrario⁷.

¿Qué pasaría si para el periodo $t+8$ el gobierno pierde totalmente su capacidad de *enforcement*, es decir que ambos sectores son informales? En este caso, las tasas de crecimiento sectoriales se mantienen en el mismo rango, la tasa de beneficio del empresario agrícola se ubica en el mismo nivel que tenía en los períodos de informalidad alrededor del 16%, mientras la tasa de beneficio del sector industrial disminuye por debajo de los niveles que tenía en la economía dualista. Finalmente, los precios disminuyen también a los niveles que tenía en la economía dualista. En general, los datos sugieren que la completa informalidad no representa un estado de la economía necesariamente desfavorable.

Usando los datos de la tabla 2 entre t y $t+5$ se podría el calcular un el tamaño relativo del sector informal respecto al sector formal, definido como $\beta = [(1 - \tau_1)Y_1]/[(1 - \tau_2)Y_2]$. Se trata del concepto más importante del modelo de crecimiento endógeno AK de Braun y Loayza (1994, p.7), aunque su interpretación es, por supuesto, bastante diferente. Ellos muestran que el crecimiento del sector informal reduce la contribución que hace el gobierno a la productividad por la vía de los servicios públicos. La existencia del sector informal es resultado de una excesiva regulación (alta tasa impositiva y altos costos de formalización), acompañada de un sistema de corrupción en el cobro del impuesto (Braun y Loayza, 1994, p.2), es decir, corrupción en el *enfocement*, manifestada como una incapacidad de la burocracia por imponer penalidades al sector informal que evade impuestos.

Una característica adicional interesante de la dinámica presentada en la tabla 2 es que se verifica la “divergencia patrimonial” de Piketty (2014, p.385), expresada por la brecha $r > g$, la cual indica una hiperconcentración del capital. Esto es cierto para todos los períodos, tanto en la economía dualista (períodos desde t hasta $t+6$), como en las economías completamente formal (período $t+7$) y completamente informal (período $t+8$). La brecha entre ambas tasas se amplía en el paso de una economía dualista a una economía completamente formal, es decir, con el aumento

⁷ Las tasas impositivas no pueden ser del 100% porque el sistema no arroja solución. Sin embargo, si ambas tasas son, por ejemplo 99%, entonces las tasas de beneficio sobrepasan el 1600%.

de la tasa impositiva al sector industrial y con el posterior logro del *enforcement* al sector agrícola⁸.

3. Los equilibrios

Ninguna definición de equilibrio económico ha sido necesaria para describir la dinámica. Sin embargo, la configuración de parámetros puede permitir determinar al menos dos equilibrios. En primer lugar, cuando en un período cualquiera se tenga $n = g_1 = g_2$ y se adopte s/n , entonces se verifica que $r_1 = r_2$, situación llamada equilibrio semiestacionario. En segundo lugar, cuando en un período cualquiera se tenga $n = g_1 = g_2$ y se adopte $s = n$, entonces se verifica que $r_1 = r_2 = g_1 = g_2$, situación llamada equilibrio estacionario. En consecuencia, se puede demostrar que:

- En la economía dualista no existe ninguno de estos equilibrios.
- En la economía completamente formal solo existe en el equilibrio semiestacionario.
- En la economía completamente informal existe ambos equilibrios.

La tabla 3 muestra los equilibrios existentes para los datos técnicos de la tabla 1. Para obtener el equilibrio semiestacionario de la economía completamente formal se procede de la siguiente manera: asumiendo $g_1 = g_2 = g$ en las ecuaciones (17) y (20), este sistema determina $g_1 = g_2 = g = n = 4/21$. Reemplazado este valor en (30) y (31), asumiendo $\frac{s}{n} = \frac{0,9}{4/21}$ y $\tau_1 = \tau_2 = 4\%$, se obtiene $r_1 = r_2 = 0,041992$. Al reemplazar este valor en las expresiones (1) y (2), suponiendo $w = 1$, se obtienen los precios de ambos bienes. Así mismo se procede para el equilibrio semiestacionario de la economía completamente informal, pero suponiendo $\tau_1 = \tau_2 = 0\%$. En este caso, se tiene $r_1 = r_2 = 0,040312$. Finalmente, para el equilibrio estacionario de la economía completamente informal se reemplaza $n = 4/21$ en (17) y (20), lo que permite obtener $g_1 = g_2 = g = n = 4/21$. Al reemplazar este valor en (30) y (31) y suponiendo $s = n = 4/21$ y $\tau_1 = \tau_2 = 0\%$, se obtiene $r_1 = r_2 = g_1 = g_2 = 4/21$.

⁸ Para un estudio del vínculo entre Piketty (2014) y el pensamiento clásico moderno, ver Tobón y Ríos (2020).

Tabla 3. Equilibrios en una economía completamente formal e informal

Período	t	Economía completamente		
		formal	informal	
		Equilibrio semiestacionario	Equilibrio semiestacionario	Equilibrio estacionario
τ_1	0	0,04	0	0
τ_2	0,04	0,04	0	0
n	0,15	4/21	4/21	4/21
s	0,9	0,9	0,9	4/21
s/n	6	4,725	4,725	1
g_1	0,24154	4/21	4/21	4/21
g_2	0,13431	4/21	4/21	4/21
r_1	0,26838	0,041992	0,040312	4/21
r_2	0,15545	0,041992	0,040312	4/21
p_1/w	0,99150	0,69844	0,69573	0,97619
p_2/w	0,30077	0,25013	0,24944	0,31818

Aquí se evidencia una similitud con Braun y Loayza (1994). En efecto, ellos definen un equilibrio estacionario como la situación en la cual “*the growth rate of the formal and informal sectors have to be the same*” (Braun y Loayza, 1994, p.16)⁹. De esta manera, el agente es indiferente a la hora de elegir entre ser formal o informal, por lo que la elección definitiva solo es posible si el agente incorpora una probabilidad que mida la capacidad de la burocracia para constatar la evasión de impuestos e imponer una penalidad (Braun y Loayza, 1994, p.15)¹⁰.

Una definición alternativa de equilibrio en una economía completamente formal y en una economía completamente informal se encuentra en Dessy y Pallage (2003), quienes determinan dos *fulfilled expectations equilibrium* (FEE). Por un lado, existe un equilibrio completamente formal cuando todos los agentes anticipan que todos ellos serán formales y, por otro lado, existe un equilibrio completamente informal cuando todos anticipan que todos serán informales. El primer equilibrio domina al

⁹ En equilibrio estacionario la tasa de variación del tamaño relativo del sector informal β es igual cero.

¹⁰ El equilibrio de estado estacionario del modelo de Ulyseea (2010, p.92-93) no se puede interpretar en el contexto de una economía en crecimiento. En efecto, se trata de un modelo de búsqueda o emparejamiento, cuya solución se obtiene por medio de un *Nash bargaining framework*.

segundo desde el punto de vista del criterio de Pareto (Dessy y Pallage, 2003, p.229-230).

La situación de equilibrio estacionario del modelo dinámico de Ihrig y Moe (2004), arroja un resultado mucho más esperado por los economistas. Ellos suponen un agente representativo que dispone de un stock de tiempo de trabajo que se asigna entre dos firmas que producen un bien homogéneo. Por un lado, la firma que utiliza un cierto tiempo de trabajo y lo combina con capital es el sector formal, razón por la cual paga una tasa impositiva sobre la producción (o ingreso).

Por otro lado, la firma que utiliza solamente el tiempo de trabajo restante es el sector informal. Esta última firma también está obligada a pagar la tasa impositiva, pero este pago depende de una tasa de *enforcement*, la cual traduce la probabilidad de que la firma informal sea atrapada evadiendo el impuesto y reciba una penalidad. A medida que la economía crece hacia el equilibrio de estado estacionario, el agente representativo desplaza tiempo de trabajo desde el sector informal hacia el sector formal, sin cambios en la tasa impositiva ni en la tasa de *enforcement*. Sin embargo, una vez logrado el equilibrio estacionario, la reducción del tamaño del sector informal es más efectiva con una reducción en la tasa impositiva, combinada con un aumento de la tasa de *enforcement* (aumento de las penalidades por evasión) (Ihrig y Moe, 2004, p.5417)¹¹.

V. Conclusiones

1. La forma de resolución del modelo muestra que, dada exógenamente la tasa impositiva, se determina endógenamente la tasa de crecimiento, la cual a su vez determina endógenamente la tasa de beneficio. En resumen, la dinámica del crecimiento económico es independiente de la estructura impositiva dada.
2. Para el conjunto de datos aportados en el ejemplo, el análisis de dinámica de una economía dualista no es caótico. Al introducir un aumento de la tasa impositiva en el sector formal, se muestra una leve caída en su tasa de crecimiento, acompañada de un aumento de la tasa de beneficio. Se trata de un resultado inesperado de la política fiscal. Si la caída de la tasa de crecimiento hubiera sido más fuerte, la tasa de beneficio hubiera disminuido como se esperaba.

¹¹ Una simplificación de este modelo (sin tasa de *enforcement* y sin depreciación del capital) se encuentra en Elgin y Öztunali (2012).

3. En el contexto del mismo análisis dinámico, el logro total del *enforcement* (la completa formalidad) hace que el sector que antes era informal aumente la tasa de beneficio. Sin embargo, si se pierde totalmente el *enforcement* (se tiene la completa informalidad), entonces no se aporta evidencia suficiente para afirmar que se trata de una situación económica necesariamente desfavorable.
4. Se muestra que para la economía completamente formal existe un equilibrio semiestacionario, que la economía completamente informal existe tanto un estacionario como semiestacionario, pero que para la economía dualista no existe ningún de estos dos equilibrios.
5. Queda por demostrar, por medio de estudios empíricos refinados, el verdadero alcance de este modelo clásico de informalidad.

Anexo 1

Valor de la producción neto total = consumo total + ahorro total + impuestos totales

$$(Y_1 p_1 - K_1) + (Y_2 p_2 - K_2) = C_1^1 + C_1^2 + S_1 + S_2 + T_1^1 + T_1^2$$

Reemplazando las ecuaciones (13), (14), (15) y (16):

$$(Y_1 p_1 - K_1) + (Y_2 p_2 - K_2) = (1 - s)\tilde{\pi}_1 + (1 - s)\tilde{\pi}_2 + s\tilde{\pi}_1 + s\tilde{\pi}_2 + T_1^1 + T_1^2$$

Sustituyendo aquí las ecuaciones (8) y (12) y simplificando se tiene:

$$(Y_1 p_1 - K_1) + (Y_2 p_2 - K_2) = r_1 K_1 + r_2 K_2$$

$$Y_1 p_1 + Y_2 p_2 = r_1 K_1 + K_1 + r_2 K_2 + K_2$$

$$Y_1 p_1 + Y_2 p_2 = (1 + r_1)K_1 + (1 + r_2)K_2$$

Esta última expresión corresponde a la suma de las ecuaciones (1) y (2).

Anexo 2

Las ecuaciones (30) y (31) se deducen a partir de la igualdad entre la inversión neta (del reemplazamiento del capital) y el ahorro neto (de impuestos) de cada sector. Por ejemplo, para el sector 1 se tiene:

$$I_1 = S_1$$

Reemplazando la inversión neta $I_1 = g_1 K_1$ y la ecuación (15) se tiene:

$$g_1 K_1 = s \tilde{\pi}_1$$

Sustituyendo la ecuación (8):

$$g_1 K_1 = s(r_1 K_1 - T_1^1)$$

$$g_1 K_1 = s r_1 K_1 - s T_1^1$$

Reemplazando la ecuación (6):

$$g_1 K_1 = s r_1 K_1 - s(\tau_1 r_1 K_1)$$

Despegando g_1 , simplificando y factorizando:

$$g_1 = s r_1 (1 - \tau_1) \tag{30}$$

Se procede de forma análoga para el sector 2.

Referencias

Braun, Juan y Loayza Norman (1994) Taxation, public services, and the informal sector in a model of endogenous growth, *Policy Research Working Paper*, No. 1334, The World Bank, Agosto.

Dessy, Sylvain y Pallage, Stéphane (2003) Taxes, inequality and size of the informal sector, *Journal of Development Economics*, 70, 225-233.

Elgin, Ceyhun y Öztunali, Oguz (2012) Shadow Economies around the World: Model Based Estimates, *Bogazici University, Department of Economics Working Papers*, 2012/05, Turquía.

Elgin, Ceyhun y Erturk, Ferda (2019) Informal economies around the world: measures, determinants and consequences, *Eurasian Economic Review*, 9, 221-237.

Gërxfhani, Klarita (2004) The informal sector in developed and less developed countries: a literature survey, *Public Choice*, 120(3/4), 276-278.

Ihrig, Jane y Moe, Karine (2004) Lurking in the shadows: the informal sector and government policy, *Journal of Development Economics*, 73, 541-557.

Jiménez, Félix (2012) La controversia sobre la teoría del capital, *Economía*, 35(70), p.142-189.

Piketty, Thomas (2014) *El capital en el siglo XXI*, Bogotá: Fondo de Cultura Económica.

Rauch, James (1991) Modelling the informal sector formally, *Journal of Development Economics*, 35, 33-47.

Sarte, Pierre-Daniel (2000) Informality and rent-seeking bureaucracies in a model of long-run growth, *Journal of Monetary Economics*, 46, 173-197.

Tobón, Alexander y Ríos, Yohan (2020) *Los fundamentos clásicos de la acumulación del capital en Piketty*, *Sociedad y Economía*, 41, 109-120.

Ulyssea, Gabriel (2010) Regulation of entry, labor market institutions and the informal sector, *Journal of Development Economics*, 91, 87-99.

Agradecimientos

Esta serie de documentos de trabajo es financiada por el programa “Inclusión productiva y social: programas y políticas para la promoción de una economía formal”, código 60185, que conforma Colombia Científica-Alianza EFI, bajo el Contrato de Recuperación Contingente No.FP44842-220-2018.

Acknowledgments

This working paper series is funded by the Colombia Científica-Alianza EFI Research Program, with code 60185 and contract number FP44842-220-2018, funded by The World Bank through the call Scientific Ecosystems, managed by the Colombian Ministry of Science, Technology and Innovation.